# Ответы на экзаменационные вопросы по дисциплине "Компьютерное моделирование"

## 12. Марковские процессы, их свойства и применение

Марковский процесс — это случайный (стохастический) процесс, обладающий свойством отсутствия памяти, то есть вероятностное поведение системы в будущем зависит только от её текущего состояния, но не зависит от предыдущих состояний, через которые она прошла.  
  
Формально:  
P(X\_{t+1} = x\_{t+1} | X\_t = x\_t, X\_{t-1} = x\_{t-1}, ..., X\_0 = x\_0) = P(X\_{t+1} = x\_{t+1} | X\_t = x\_t)  
  
Где: X\_t — состояние системы в момент времени t; P — вероятность перехода.  
  
Классификация Марковских процессов:  
1. По характеру времени:  
 - Дискретные во времени  
 - Непрерывные во времени  
2. По пространству состояний:  
 - Конечное/счётное множество состояний  
 - Непрерывное пространство состояний  
  
Марковская цепь (дискретный случай):  
- Множество состояний: S = {s1, s2, ..., sn}  
- Матрица переходных вероятностей P, где элемент P\_{ij} = P(X\_{t+1} = sj | X\_t = si)  
- Строки в P нормированы: сумма вероятностей по строке = 1  
  
Свойства:  
- Однородность (переходные вероятности не зависят от времени)  
- Марковское свойство (будущее зависит только от настоящего)  
- Эргодичность (долгосрочная независимость от начального состояния)  
- Периодичность / апериодичность  
  
Примеры и применение:  
1. Системы массового обслуживания  
2. Надёжность технических систем  
3. Финансовое моделирование  
4. Биоинформатика  
5. Алгоритм PageRank (Google), ИИ, распознавание речи и др.

## 13. Свойства динамики Марковских систем. Переходный режим, стационарный режим

Динамика марковских систем — это процесс изменения распределения вероятностей по состояниям системы во времени.  
  
1. Переходный (нестационарный) режим:  
- Начальная фаза, когда поведение зависит от начального состояния.  
- Распределения вероятностей изменяются: p(t+1) = p(t) \* P  
- Пример: СМО только начинает работу — заявки только начинают поступать.  
  
2. Стационарный (установившийся) режим:  
- Долгосрочное устойчивое поведение, когда p(t) = π для всех t ≥ T  
- Выполняется уравнение: π = π \* P  
- Возможен при условиях эргодичности (все состояния достижимы, возврат возможен)  
  
Переход от переходного к стационарному режиму:  
- Осуществляется по формуле: p(t) = p(0) \* P^t  
- При t → ∞ и при выполнении условий, p(t) → π  
  
Зачем это нужно:  
- Упрощает анализ долгосрочного поведения системы.  
- Позволяет рассчитывать устойчивые характеристики: длина очереди, время ожидания, вероятность отказа и др.